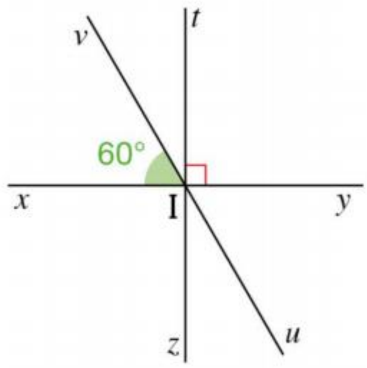
Angles et Parallélisme

Vocabulaire

Exercice 4 (★) :
Les droites (x y), (t z), (uv) sont concourantes en I.
Donner la mesure de chacun des angles :



$\widehat{vIt}$ = 90° - 60° = 30°

$\widehat{xIz}$ = 90°

$\widehat{zIu}$ = 30° (Angle opposé à $\widehat{vIt}$)

$\widehat{uIy}$ = $\widehat{vIx}$ = 60°

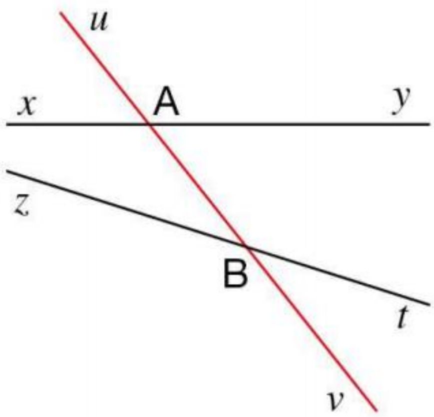
Exercice 5 (★) :

Coder la figure suivante :

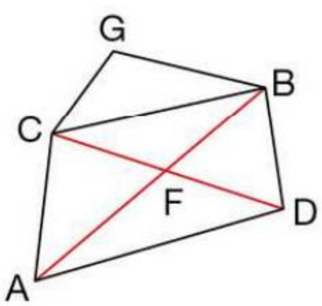
1) deux angles alternes-internes, en rouge ;

2) deux angles opposés par leur sommet commun A, en bleu

3) deux angles dont la somme des mesures est 180°, en vert



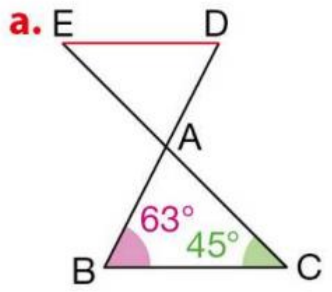
Exercice 6 (★★) :

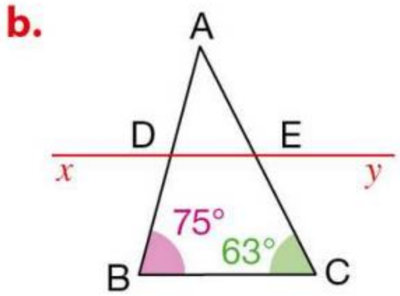


Compléter chaque phrase par : *sont alternes-internes, sont opposés par le sommet, ont 180° pour somme de leurs mesures.*

1) $\widehat{CFB}$ *et* $\widehat{AFD}$ *sont opposés par le sommet.*
2) $\widehat{CFB}$ *et* $\widehat{AFC}$ *ont 180° pour somme de leurs mesures.*
3) $\widehat{CAB}$ *et* $\widehat{FBD}$ *sont alternes-internes*
4) $\widehat{GCB}$ *et* $\widehat{ABC}$ *sont alternes-internes*
5) $\widehat{BFD}$ *et* $\widehat{AFC}$ *sont opposés par le sommet*
6) $\widehat{ACD}$ *et* $\widehat{CDB}$ *sont alternes-internes*

Exercice 7 (★★) :





<table>
<tr>
<td>* Les angles $\widehat{ABC}$ et $\widehat{ADE}$ sont alternes internes et les droites (ED) et (BC) sont parallèles.

<u>Or Si deux droites parallèles sont coupées par une sécante alors les angles alternes-internes qu'elles déterminent ont la même mesure.</u>

<u>Donc $\widehat{ABC} = \widehat{ADE}$ = 63 °</u>

* Les angles $\widehat{BCA}$ et $\widehat{AED}$ sont alternes internes et les droites (ED) et (BC) sont parallèles.

<u>Or Si deux droites parallèles sont coupées par une sécante alors les angles alternes-internes qu'elles déterminent ont la même mesure.</u>

<u>Donc $\widehat{BCA} = \widehat{AED}$ = 45 °</u></td>
<td>* Les angles $\widehat{ABC}$ et $\widehat{ADE}$ sont correspondants et les droites (ED) et (BC) sont parallèles.

<u>Or Si deux droites parallèles sont coupées par une sécante alors les angles correspondants qu'elles déterminent ont la même mesure.</u>

<u>Donc $\widehat{ABC} = \widehat{ADE}$ = 75 °</u>

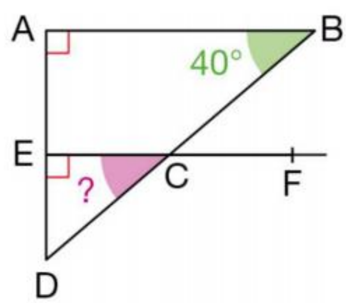
* Les angles $\widehat{BCA}$ et $\widehat{AED}$ sont correspondants et les droites (ED) et (BC) sont parallèles.

<u>Or Si deux droites parallèles sont coupées par une sécante alors les angles correspondants qu'elles déterminent ont la même mesure.</u>

<u>Donc $\widehat{BCA} = \widehat{ADE}$ = 63 °</u></td>
</tr>
</table>

Démonstrations

Exercice 8 (★★) :



1) Expliquer pourquoi les droites (AB) et (CE) sont parallèles.

Les droites (AB) et (CE) sont perpendiculaires à une même droite (AD)

Or : si deux droites sont perpendiculaire à une même droite alors elles sont parallèles entre elles.

Donc (AB) et (CE) sont parallèles.

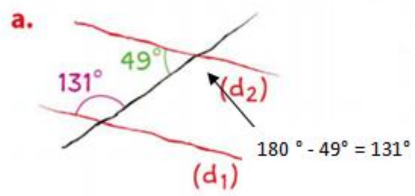
2) Peut-on trouver la mesure de l'angle $\widehat{ECD}$? Expliquer.

Les angles $\widehat{ABC}$ et $\widehat{ECD}$ sont correspondants et les droites (AB) et (EC) sont parallèles.

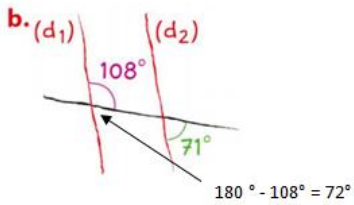
<u>Or Si deux droites parallèles sont coupées par une sécante alors les angles correspondants qu'elles déterminent ont la même mesure.</u>

Donc $\widehat{ABC} = \widehat{ECD} = \mathbf{40°}$

Exercice 9 (★★) :

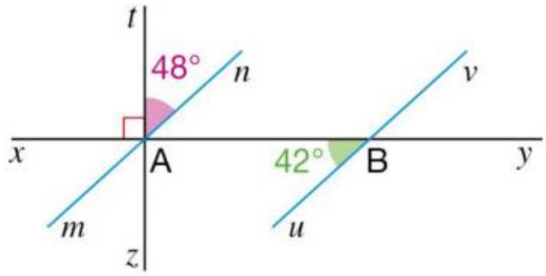


Les deux droites rouges sont coupées par une sécante noire.
Les angles violets sont alternes-internes et de même mesure.
Si deux droites coupées par une sécante forment deux angles alternes-internes de même mesure, alors ces deux droites sont parallèles.
Alors les deux droites rouges ont parallèles.



Les deux droites rouges sont coupées par une sécante noire.
Les angles verts sont correspondants mais pas de la même mesure.
Si deux droites coupées par une sécante ne forment pas deux angles correspondants de même mesure, alors ces deux droites ne sont pas parallèles.
Les deux droites rouges ne sont pas parallèles.

Exercice 10 (★★) :



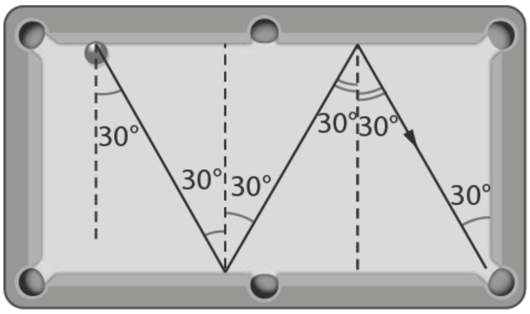
Les angles $\widehat{nAB}$ *et* $\widehat{nAt}$ *sont complémentaires (égaux à 90°)*
Donc $\widehat{nAB} + \widehat{nAt} = 90°$
$\widehat{nAB} = 90° - \widehat{nAt} = 90° - 48° = 42°$

Les droites (nm) et (uv) sont coupées par une sécantes (AB).
Les angles $\widehat{nAB}$ *et* $\widehat{uBA}$ *sont alternes internes et de même mesure.*

Si deux droites coupées par une sécante forment deux angles alternes-internes de même mesure, alors ces deux droites sont parallèles.

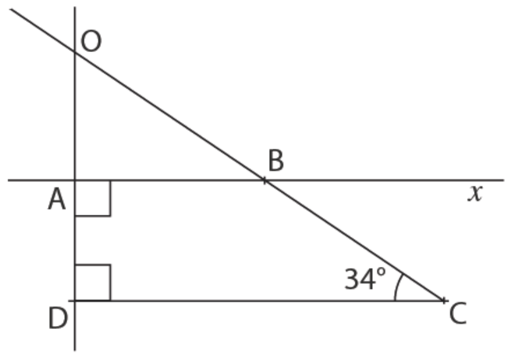
Les droites (mn) et (uv) sont parallèles.

Exercice 11 (★★) :



La mesure de l'angle d'incidence est 30°.

Exercice 12 (★★★) :



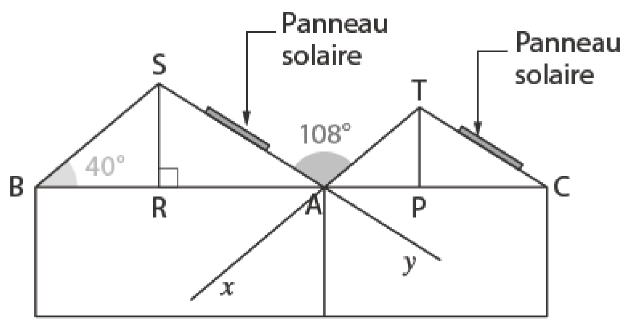
● Les droites (AB) et (DC) sont perpendiculaires à la droite (AD) donc elles sont parallèles.

● $\widehat{xBC}$ et $\widehat{DCB}$ sont alternes-internes et les droites (AB) et (DC) sont parallèles donc $\widehat{xBC} = \widehat{DCB}$.
Ainsi $\widehat{xBC} = 34°$.

● $\widehat{ABC} = 180° - \widehat{xBC}$ c'est-à-dire $\widehat{ABC} = 180° - 34°$.
Donc $\widehat{ABC} = 146°$.

Exercice 13 (★★★) :

On prolonge les demi-droites [TA) et [SA).



● $\widehat{BAx}$ et $\widehat{SBA}$ sont alternes-internes et les droites (SB) et (Ax) sont parallèles donc $\widehat{BAx} = \widehat{SBA}$.
Ainsi $\widehat{BAx} = 40°$.

● $\widehat{SAB} = 180° - (\widehat{BAx} + \widehat{SAT})$
C'est-à-dire
$\widehat{SAB} = 180° - (108° + 40°) = 180° - 148°$.
Donc $\widehat{SAB} = 32°$.

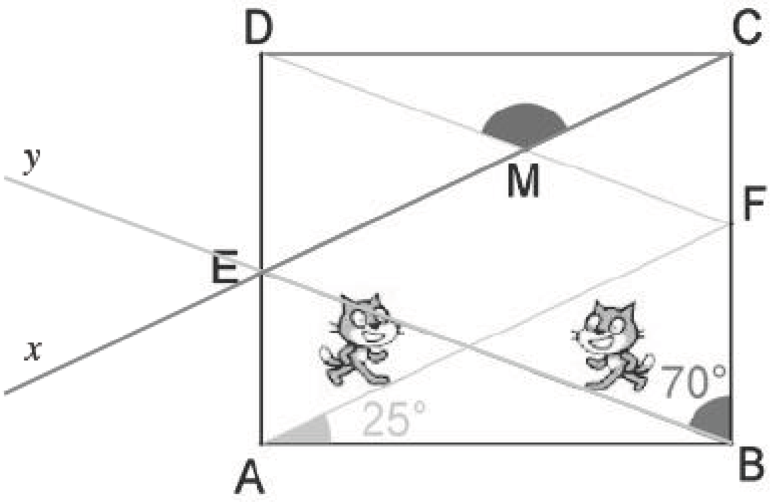
● Les angles $\widehat{CAy}$ et $\widehat{SAB}$ sont opposés par le sommet donc ils ont la même mesure.
Donc $\widehat{CAy} = 40°$.

● $\widehat{TCA}$ et $\widehat{CAy}$ sont alternes-internes et les droites (SA) et (TC) sont parallèles donc $\widehat{TCA} = \widehat{CAy}$.
Ainsi $\widehat{TCA} = 32°$.

Conclusion : $30° < 32° < 35°$ donc on peut installer des panneaux solaires sur les pans [SA] et [TC].

Défi (★★★)

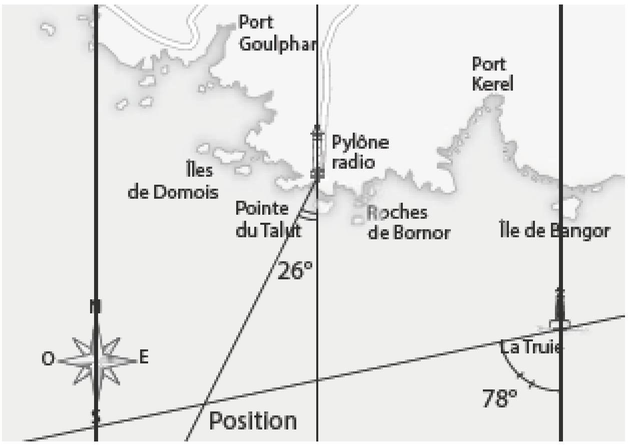
On prolonge les demi-droites [CE) et [BE).



- $\widehat{FAD} = 90° - \widehat{BAF} = 90° - 25° = 65°$.
- $\widehat{FAD}$ et $\widehat{xEA}$ sont alternes-internes et les droites (AF) et (Ex) sont parallèles donc $\widehat{xEA} = \widehat{FAD} = 65°$.
$\widehat{xEA}$ et $\widehat{DEM}$ sont opposés par le sommet donc $\widehat{DEM} = 65°$.
- $\widehat{AEB}$ et $\widehat{EBC}$ sont alternes-internes et les droites (AD) et (BC) sont parallèles donc $\widehat{AEB} = \widehat{EBC} = 70°$.
$\widehat{yED}$ et $\widehat{AEB}$ sont opposés par le sommet donc $\widehat{yED} = 70°$.
- $\widehat{yEM} = \widehat{yED} + \widehat{DEM} = 70° + 65° = 135°$.
$\widehat{EMF}$ et $\widehat{yEM}$ sont alternes internes et les droites (BE) et (FM) sont parallèles donc
$\widehat{EMF} = \widehat{yEM} = 135°$.
$\widehat{DMC}$ et $\widehat{EMF}$ sont opposés par le sommet donc
$\widehat{DMC} = 135°$.

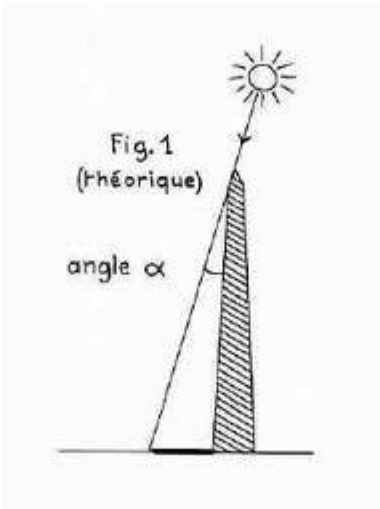
Travail à prise d'initiative (★★★)

Exercice « Belle-Ile en mer »



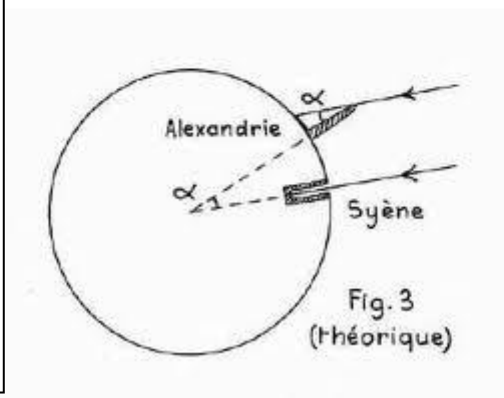
Exercice « Eratosthène et le calcul de la circonférence de la Terre » (★★★)

Bilan : Calcul de la circonférence de la Terre par la méthode d'Eratosthène



Premier schéma représentant l'obélisque d'Alexandrie et l'angle alpha, mesuré par Eratosthène. Mesure obtenue : 7,2°.

Deuxième schéma représentant, vu du ciel, les deux villes choisies par Eratosthène. On considère les rayons du soleil parallèles. La distance mesurée entre ces deux villes est égale à 787,5 km.



On remarque que sur le deuxième schéma, les rayons du soleil étant considérés comme parallèles en raison de la distance séparant la Terre du soleil (environ 150 000 000 km), les deux angles notés alpha (celui formé par l'ombre de l'obélisque et la verticale et celui au centre de la Terre) sont alternes-internes et donc égaux. On sait alors qu'un angle au centre de 7,2° correspond à une distance de 787,5 km à la surface de la Terre. C'est une situation de proportionnalité. Il suffit donc de trouver la distance à la surface de la Terre correspondant à un tour complet, soit un angle de 360°.

Angle au centre de la Terre (°)	7,2	360
Distance à la surface de la Terre (km)	787,5	?

A l'aide du produit en croix, on obtient : $? = \frac{787{,}5 \times 360}{7{,}2} = 39\ 375\ km$

La circonférence de la Terre est donc égale, à l'aide de la méthode d'Eratosthène à 39 375 km. La mesure actuelle de la circonférence de la Terre est égale à 40 075,02 km, ce qui est très proche de la mesure obtenue par Eratosthène. Rappelons que la mesure effectuée par Aristote était égale à 60 000 km, ce qui est tout de même, beaucoup moins précis !