Chapitre ……… : Divisibilité

Définition : Un **entier naturel** est un nombre entier positif ou nul.

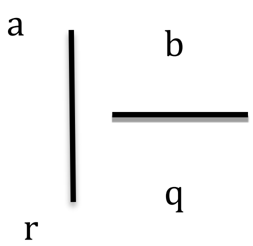
Dans ce chapitre tous les nombres sont des entiers naturels.

I. Divisibilité

1) Division euclidienne.

Définition et vocabulaire :

Effectuer la division euclidienne d'un entier naturel a par un entier naturel b non nul c'est chercher deux entiers naturels q et r tels que : $\boldsymbol{a} = \boldsymbol{bq} + \boldsymbol{r}$ $\quad \boldsymbol{avec}\ \boldsymbol{r} < b$



Exemple :

Division euclidienne

de 356 par 24 :

356 24

20 < 24, donc la division est terminée.

Écriture en ligne :

……... = ……. x ……. + …….

Division euclidienne

de 336 par 24 :

336 24

Le reste est « nul » (égal à zéro).

Écriture en ligne :

……... = ……... x …….. + ……….

ou

……... = ……... x ……..

2) Diviseurs et multiples

Définition : Pour tout nombres entiers naturels a et b, avec b non nul.
Si le reste de la division euclidienne de a par b est nul, on dit que « a est divisible par b » ou « a est un multiple de b » ou « b est un diviseur de a » ou « b divise a »

Exemple 1 :

- 336 est un multiple de 24 car :
  336 = 24 x 14

- 15 ……… un **multiple** de 3, car …………………...

Autrement dit, 3 est un ………………….. de 15, ou encore 15 est ………………….. par 3.

- 17 ………….. un **multiple** de 3, car
  …………………………………………

Remarques :

- Le nombre 1 n'a qu'un seul diviseur : lui-même !
- Tout nombre entier est divisible par 1
- Tout nombre entier est divisible par lui-même.

3) Critères de divisibilité

Propriétés (admises) : Un nombre est :

- divisible par 2, s'il se termine par 0, 2, 4, 6 ou 8.
- divisible par 3, si la somme de ses chiffres est un multiple de 3.
- divisible par 5, s'il se termine par 0 ou 5.
- divisible par 9, si la somme de ses chiffres est un multiple de 9.
- divisible par 10, s'il se termine par 0.

Exemples : Le nombre 4 265 est-il divisible par 2 ? par 3 ? par 5 ? par 9 ? par 10 ?

………………………………………………………………………………

………………………………………………………………………………

………………………………………………………………………………

………………………………………………………………………………

………………………………………………………………………………

………………………………………………………………………………

…………………………………………………………………

II. Décomposition en produits de facteurs premiers et applications

1) Nombres premiers

Définition : On appelle **nombre premier**, un nombre entier qui possède exactement deux diviseurs (1 et lui-même).

Exemple : Surligner les nombres premiers.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30

Remarques :

- 1 n'est pas un nombre premier car il admet un seul diviseur : lui-même.
- 0 n'est pas un nombre premier car il est divisible par n'importe quel nombre non nul.
- La liste des nombres premiers est infinie.

2) Décomposition en produit de facteurs premiers

Propriété (admise) : Tous les nombres entiers peuvent se décomposer comme un produit de nombres premiers. Cette décomposition est unique à l'ordre des facteurs près.

Exemple : Décomposer 300 en produit de facteurs premiers

III. Rendre une fraction irréductible

Définition : Simplifier une fraction, c'est trouver une fraction qui lui est égale mais dont le numérateur et le dénominateur sont des entiers les plus petits possibles.

Remarque : Une fraction que l'on ne peut pas simplifier est dite irréductible.

Exemple : Simplifier la fraction $\frac{60}{126}$:

$60 \;|$ $\qquad\qquad$ $126 \;|$

60 = ………………………..126 = ……………………………..

Ainsi $\frac{60}{126} =$

Remarque : On utilise souvent les tables de multiplication, les critères de divisibilité ou la décomposition en produit de facteurs premiers.

Exemples : Simplifier les fractions suivantes :

$\frac{200}{600} =$ ……………………………..

$\frac{18}{45} =$ ……………………………..