

Chapitre : Puissances

1) Avec un exposant positif

Définition :

On considère a un nombre relatif
et n est un nombre entier positif supérieur à 1

On note a^n le produit de n facteurs égaux à a :

$$a^n = \underbrace{a \times a \times \dots \times a}_{n \text{ facteurs}}$$

a^n est appelée puissance de a

et se lit « a exposant n »

Exemples :

$$2^5 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 32$$

$$(-5)^3 = (-5) \times (-5) \times (-5) = -125$$

$$\left(\frac{1}{4}\right)^2 = (0,25)^2 = 0,25 \times 0,25 = 0,0625$$

Cas particuliers :

$$a^1 = a$$

$$a^2 = a \times a \text{ se lit « } a \text{ au carré »}$$

$$a^3 = a \times a \times a \text{ se lit « } a \text{ au cube »}$$

Par convention, pour $a \neq 0$, $a^0 = 1$.

2) Avec un exposant négatif

Définition :

On considère a un nombre relatif non nul
et n un entier positif non nul

On note a^{-n} l'inverse de a^n :

$$a^{-n} = \frac{1}{a^n} = \frac{1}{a \times a \times \dots \times a}$$

Exemples :

$$7^{-1} = \frac{1}{7}$$

$$5^{-2} = \frac{1}{5^2} = \frac{1}{25} = 0,04$$

$$3^{-4} = \frac{1}{3^4} = \frac{1}{3 \times 3 \times 3 \times 3} = \frac{1}{81}$$

$$10^{-3} = \frac{1}{10^3} = \frac{1}{10 \times 10 \times 10} = \frac{1}{1000} = 0,001$$

Remarques : Attention à l'importance des parenthèses

$$-3^4 = -3 \times 3 \times 3 \times 3 = -81$$

-3^4 désigne l'opposé de 3^4 alors que

$$(-3)^4 = (-3) \times (-3) \times (-3) \times (-3) = 81$$

$$\frac{2^2}{5} = \frac{4}{5} = 0,8 \text{ alors que } \left(\frac{2}{5}\right)^2 = \frac{2}{5} \times \frac{2}{5} = 0,4 \times 0,4 = 0,16$$

II. Calculer avec des puissances

Exemples :

$$5^3 \times 5^4 = 5 \times 5 \times 5 \times 5 \times 5 \times 5 \times 5 = 5^{3+4} = 5^7$$

$$\frac{(-2)^3}{(-2)^5} = \frac{(-2) \times (-2) \times (-2)}{(-2) \times (-2) \times (-2) \times (-2) \times (-2)} = \frac{1}{(-2) \times (-2)} = (-2)^{3-5} = \frac{1}{4}$$

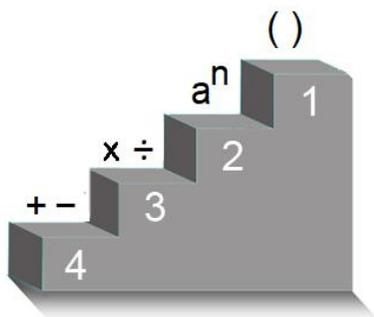
$$(4^3)^2 = (4 \times 4 \times 4) \times (4 \times 4 \times 4) = 4^6$$

$$3^4 \times 2^4 = 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 = (3 \times 2)^4 = 6^4$$

$$\left(\frac{4}{5}\right)^3 = \frac{4}{5} \times \frac{4}{5} \times \frac{4}{5} = 0,8 \times 0,8 \times 0,8 = \frac{4^3}{5^3}$$

Convention : L'élevation à une puissance est prioritaire sur les quatre opérations.

On a le podium des priorités suivant :



Exemples :

$$A = 7 + 5 \times 2^3$$

$$B = \frac{7 + 3^4}{(5-15)^2}$$

$$A = 7 + 5 \times 8$$

$$A = 7 + 40$$

$$A = 47$$

$$B = \frac{7 + 81}{(-10)^2}$$

$$B = \frac{88}{100}$$

$$B = \frac{22}{25}$$

III. Cas particulier : les puissances de 10

1) Écriture des puissances de 10

Pour tout entier positif n non nul :

$$10^n = \underbrace{10 \times 10 \times \dots \times 10}_{n \text{ facteurs}} = 1 \underbrace{00 \dots 0}_{n \text{ zéros}}$$

$$10^{-n} = \frac{1}{10^n} = \underbrace{0, \dots, 0}_{n \text{ zéros}} 1$$

Exemples :

$$10^5 = 10 \times 10 \times 10 \times 10 \times 10 = 100\,000$$

$$10^{-3} = \frac{1}{10^3} = \frac{1}{10 \times 10 \times 10} = 0,001$$

2) Notation scientifique

Définition : La **notation scientifique** d'un nombre décimal

est l'écriture de ce nombre sous la forme : $a \times 10^n$ où :

- n est un nombre entier relatif

- a est un nombre décimal tel que : $1 \leq a < 10$.

(a est donc un nombre ayant **un seul chiffre non nul avant la virgule**)

Exemples :

L'écriture scientifique de 98 650 000 est $9,865 \times 10^7$

L'écriture scientifique de 0,0000015 est $1,5 \times 10^{-6}$

3) Les préfixes



giga	du grec <i>gigas</i> géant	G	$10^9 = 1\ 000\ 000\ 000$	gigantesque
méga	du grec <i>megas</i> grand	M	$10^6 = 1\ 000\ 000$	méga-octet ; mégalithe mégapole ; mégaphone mégalomane
kilo	du grec <i>khilio</i> mille	k	$10^3 = 1\ 000$	
hecto	du grec <i>hecaton</i> cent	h	$10^2 = 100$	
déca	du grec <i>deka</i> dix	da	$10^1 = 10$	décaèdre ; décapode décapole ; décasyllabe décathlon
unité			$10^0 = 1$	
déci	du latin <i>decimus</i> dixième	d	$10^{-1} = 0,1$	décimer ; décibel décimal ; décile
centi	du latin <i>centesimus</i> centième	c	$10^{-2} = 0,01$	centime ; centenaire centennal
milli	du latin <i>millesimus</i> millième	m	$10^{-3} = 0,001$	millésime ; milliard million ; millénaire
micro	du grec <i>micros</i> petit	μ	$10^{-6} = 0,000\ 001$	microscope ; microbe microcosme ; microfilm micro-onde ; microclimat
nano	du latin <i>nanus</i> nain	n	$10^{-9} = 0,000\ 000\ 001$	nanoréseau

Exemples :

- Une clé USB de 8 *Go* contient 8 **milliards** d'octets.
- Une bactérie de 4 μm = **0,000 004 m** = **0,004 mm**