

Chapitre ... : Proportionnalité (2) : Agrandissement et réduction

Définition : On dit qu'un polygone P_2 est un **agrandissement** ou une **réduction** d'un polygone P_1 lorsque :

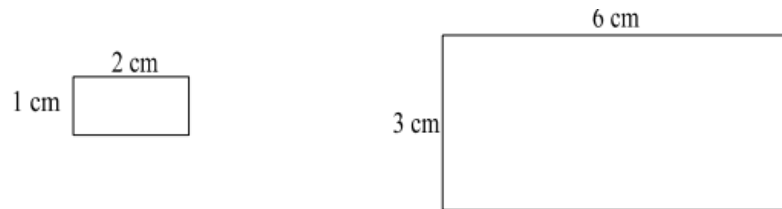
- toutes les longueurs de P_2 s'obtiennent en multipliant celles de P_1 par un même nombre positif k ;
- les angles des deux polygones sont égaux.

Remarque : Lorsque $k = 1$, la figure obtenue est une reproduction de la figure initiale.

Définition : * Lorsque $k > \dots\dots\dots$, il s'agit d'un agrandissement et on appelle k le **coefficient/ou rapport d'agrandissement**,

* Lorsque $k < \dots\dots\dots$, il s'agit d'une réduction et on appelle k le **coefficient/ ou rapport de réduction**.

Exemple :



RSTU est *un agrandissement* de rapport **3** de ABCD.

ABCD est *une réduction* de rapport $\frac{1}{3}$ de RSTU.

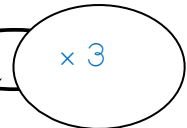
Remarques :

- (RS) est perpendiculaire à (ST) donc (AB) est aussi perpendiculaire à (BC)
- (RS) est parallèle à (TU) donc (AB) et (CD) sont aussi parallèles.

Remarques :

- 1) Dans un agrandissement ou une réduction de rapport k , les longueurs de la figure finale sont **proportionnelles** aux longueurs correspondantes de la figure initiale et **le coefficient de proportionnalité est égal à k** .

Longueurs initiales	AB=2 cm	BC	CD	DA
Longueur finales	RS=6 cm	ST	TU	UR

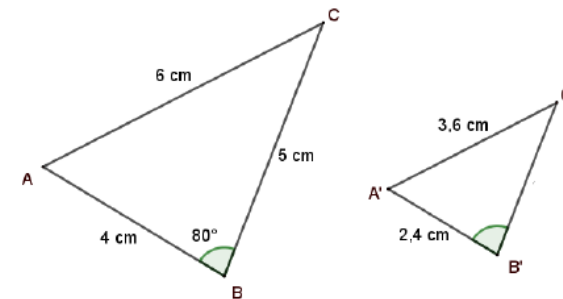


Pour calculer k : $k = \frac{RS}{AB} = \frac{ST}{BC} = \frac{TU}{CD} = \frac{UR}{DA} = 3$

- 2) La figure obtenue est une figure à l'échelle k de la figure de départ.

- 3) Si une figure F_2 est une réduction d'une figure F_1 de rapport k , alors F_1 est un agrandissement de F_2 de rapport $\frac{1}{k}$

Exemple :



Le triangle $A'B'C'$ *une réduction* triangle ABC.

Le coefficient de réduction $k = \frac{3,6}{6} = 0,6$

Le côté $[B'C']$ mesure $5 \text{ cm} \times 0,6 = 3 \text{ cm}$

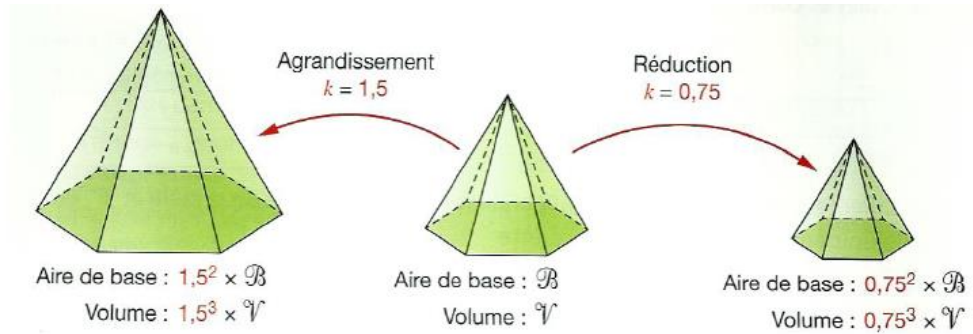
L'angle $\widehat{A'B'C'}$ mesure 80°

Propriété :

Dans un agrandissement ou une réduction de rapport k :

* **L'aire** d'une **surface** est multipliée par k^2

* Le **volume** d'un **solide** est multiplié par k^3



Exemple 1 :

Une figure d'aire 72 m^2 est réduite avec un coefficient de 0,5.

L'aire de la figure réduite est : 18 m^2

$$\text{Calcul : } 72 \times 0,5^2 = 18$$

Exemple 2 :

Un aquarium a un volume 6 dm^3 .

On construit un agrandissement de cet aquarium en multipliant par 4 ses dimensions.

Le volume du nouvel aquarium est : 384 dm^3

$$\text{Calcul : } 6 \times 4^3 = 384$$