

Exercice n° 1

1. Décomposer les nombres 162 et 108 en produits de facteurs premiers.
2. Déterminer deux diviseurs communs aux nombres 162 et 108 plus grands que 10.
3. Un snack vend des barquettes composées de nems et de samossas.

Le cuisinier a préparé 162 nems et 108 samossas.

Dans chaque barquette :

- le nombre de nems doit être le même.
- le nombre de samossas doit être le même,

Tous les nems et tous les samossas doivent être utilisés.

- a. Le cuisinier peut-il réaliser 36 barquettes ?
- b. Quel nombre maximal de barquettes pourra-t-il réaliser ?
- c. Dans ce cas, combien y aura-t-il de nems et de samossas dans chaque barquette ?

Exercice n° 2

EXERCICE 6 : Les étiquettes

14 points

1. Justifier que le nombre 102 est divisible par 3.
2. On donne la décomposition en produits de facteurs premiers de 85 : $85 = 5 \times 17$.
Décomposer 102 en produits de facteurs premiers.
3. Donner 3 diviseurs non premiers du nombre 102.

Un libraire dispose d'une feuille cartonnée de 85 cm sur 102 cm.

Il souhaite découper dans celle-ci, en utilisant toute la feuille, des étiquettes carrées.

Les côtés de ces étiquettes ont tous la même mesure.

4. Les étiquettes peuvent-elles avoir 34 cm de côté ? Justifier.
5. Le libraire découpe des étiquettes de 17 cm de côté.
Combien d'étiquettes pourra-t-il découper dans ce cas ?

Exercice n° 3

Le capitaine d'un navire possède un trésor constitué de 69 diamants, 1 150 perles et 4 140 pièces d'or.

1. Décomposer 69 ; 1 150 et 4 140 en produits de facteurs premiers.
2. Le capitaine partage équitablement le trésor entre les marins.
Combien y-a-t-il de marins sachant que toutes les pièces, perles et diamants ont été distribués ?

Exercice n° 1

1. $162 = 2 \times 81 = 2 \times 9 \times 9 = 2 \times 3^2 \times 3^2 = 2 \times 3^4$.
 $108 = 2 \times 54 = 2 \times 2 \times 27 = 2^2 \times 3^3$.
2. Les diviseurs communs à 162 et 108 sont : 1 ; 2 ; 3 ; 6 ; 9 ; 18 ; 27 et 54.
3.
 - a. Le cuisiner ne peut pas réaliser 36 barquettes car 36 ne divise pas 162.
 - b. Le plus grand commun diviseur à 162 et 108 est 54 ; le cuisinier peut donc préparer 54 barquettes.
 - c. Chaque barquette contiendra alors 3 nems et 2 samoussas.

Exercice n° 2

EXERCICE 6 : Les étiquettes

14 points

1.
 - Comme $1 + 0 + 2 = 3$, 102 est un multiple de 3 (critère de divisibilité par 3 ;
 - $102 = 90 + 12 = 3 \times 30 + 3 \times 4 = 3 \times (30 + 4) = 3 \times 34$.
 102 est un multiple de 3 : il est divisible par 3.
2. On donne la décomposition en produits de facteurs premiers de 85 : $85 = 5 \times 17$.
 On a vu que $102 = 3 \times 34 = 3 \times 2 \times 17 = 2 \times 3 \times 17$.
3. Donner 3 diviseurs non premiers du nombre 102.
 $2 \times 3 = 6$; $2 \times 17 = 34$; $3 \times 17 = 51$ sont trois diviseurs de 102 non premiers.
4. Si toute la feuille est utilisée c'est que la longueur et la largeur sont des multiples des côtés du carré. Ces côtés ont donc une longueur c qui divise à la fois 102 et 85.
 Or 34 ne divise pas 85 (car 2 divise 34 mais ne divise pas 85). les étiquettes ne peuvent pas faire 34cm de côté.
5. Par contre 17 divise 85 ($85 = 5 \times 17$) et 17 divise 102 ($102 = 17 \times 6$).
 Les étiquettes rentrent 5 fois en largeur et 6 fois en longueur : il y en aura donc $5 \times 6 = 30$ par feuille.
Remarque : on peut aussi utiliser les aires.
 Une étiquette a une aire de $17 \times 17 = 289$ et la feuille une aire de $85 \times 102 = 8\,670$.
 On pourra donc faire $\frac{8\,670}{289} = 30$ étiquettes dans une feuille.

Exercice n° 3

1. On a $69 = 3 \times 23$,
 $1\,150 = 115 \times 10 = 5 \times 23 \times 2 \times 5 = 2 \times 5^2 \times 23$, et
 $4\,140 = 414 \times 10 = 6 \times 69 \times 10 = 2 \times 3 \times 3 \times 23 \times 2 \times 5 = 2^2 \times 3^2 \times 5 \times 23$.
 La liste des nombres premiers commence par :
 $2 - 3 - 5 - 7 - 11 - 13 - 17 - 19 - 23 - 29 \dots$
2. Le nombre de marins doit diviser 69, 1 150 et 4 140.
 Seul le facteur 23 est commun aux trois décompositions.
 Il y a donc 23 marins.