BREVET BLANC MATHEMATIQUES CORRIGE
FEVRIER 2024

EXERCICE 1 : 16 points (Nouvelle-Calédonie – déc 2023)

Fabienne part pour une randonnée dont le départ D se situe au niveau de la mer.

Le sentier grimpe le long d'un versant de montagne et atteint un point de vue noté V.

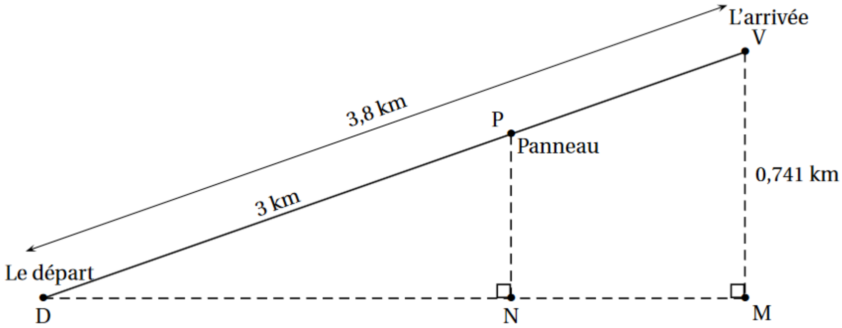
Voici quelques informations pratiques sur cette randonnée :

Durée estimée (Aller simple)	2 h 30min
Distance (Aller simple)	3,8 km
Altitude	minimale : 0 m / maximale : 741 m

On considère que la pente de la montagne est rectiligne.

On a schématisé le parcours [DV] de la randonnée par la figure ci-dessous :

Les points D, N et M sont alignés.



Fabienne s'est engagée sur ce parcours en partant du point D.

Au bout de 2 heures, elle arrive au panneau P indiquant qu'elle a déjà parcouru 3 km.

1) Justifier que les droites (PN) et (VM) sont parallèles.

Les droites (PN) et (VM) sont perpendiculaires à la même droite (DM) : elles sont donc parallèles

Déterminer à quelle altitude PN se trouve Fabienne lorsqu'elle se situe au panneau P.

D'après le résultat précédent, les droites (PN) et (VM) sont parallèles. De plus les droites (DV) et (DM) sont sécantes en P. Nous pouvons appliquer le théorème de Thalès, à savoir :

((PN) // (VM) : on a une configuration de Thalès, les triangles DNP et DMV sont semblables ; leurs côtés ont donc des mesures proportionnelles)

$$\frac{DP}{DV}=\frac{NP}{MV} \text{, soit } \frac{3}{3,8} = \frac{NP}{0,741} \text{, d'où } NP = \frac{0,741\times 3}{3,8} = 0,585 \text{ km ou } 585 \text{ m}$$

Le panneau est à l'altitude de 0,585 km (ou 585 m).

2) À quelle vitesse moyenne, en km/h, a-t-elle parcouru le trajet [DP] ?

Fabienne a parcouru 3 km en 2 heures : sa vitesse moyenne a donc été égale à

3 : 2 = 1,5 km/h

Sur la fin du parcours [PV], Fabienne marche à une vitesse moyenne de 1,2 km/h.

On rappelle que la durée de l'aller simple est estimée à 2 h 30 min.

A-t-elle dépassé cette durée ?

• Méthode 1 :

Fabienne doit encore faire 0,8 km (3,8 – 3) à la vitesse de 1,2 km/h.

km	1,2	0,8
heure	1	

Elle va donc mettre : $\frac{0,8}{1,2} = \frac{2}{3}$ h = $\frac{40}{60}$ h soit 40 min.

km	1,2	0,8
min	60	

Fabienne va donc monter en 2 h 40 min soit 10 min de plus que la durée estimée.

• Méthode 2 :
À la vitesse de 1,2 km/h Fabienne va monter de 0,6 km en une demi-heure soit 30 minutes.
Ainsi, en 2 h 30 min elle n'aura monté que de 3 + 0,6 = 3,6 km soit moins que la distance totale de 3,8 km.
Fabienne va donc dépasser les 2 h 30 min de montée.

<u>EXERCICE 2</u> : **15 points (Nouvelle-Calédonie – déc 2023)**

José, un agriculteur vivant dans la commune du Mont-Dore, veut préparer des paniers de légumes bio pour ses clients. Il a déjà récolté 39 salades, 78 carottes et 51 aubergines.

Il veut que tous les paniers aient la même composition et utiliser tous les légumes.

La décomposition de 39 en produit de facteurs premiers est : 3×13.

1) a. Décomposer en facteurs premiers les nombres 78 et 51.

$78 = 2\times39 = \boxed{2\times3\times13}$ et $51 = \boxed{3\times17}$

b. En déduire le nombre de paniers maximum que José peut préparer.

Pour utiliser tous ses légumes récoltés et faire des paniers identiques, José doit choisir <u>le plus grand diviseur commun</u> à 39, 78 et 51.

On a : $39 = \boxed{3\times13}$; $78 = \boxed{2\times3\times13}$; $51 = \boxed{3\times17}$

3 est le plus grand diviseur commun à ces trois nombres.

Ainsi il pourra préparer au maximum <u>trois paniers</u> identiques.

c. Combien de salades, de carottes et d'aubergines y aurait-il dans chaque panier ?

Chaque panier aura 13 salades, 26 (2 x 13) carottes et 17 aubergines.

2) Finalement, José décide de préparer **<u>13 paniers</u>**.

a. Combien d'aubergines ne seront pas utilisées ? Justifier votre réponse.

Avec une division euclidienne : 51 ⊢ 13 → Q = 3 <u>R = 12</u> ou 51 = 13 x 3 <u>+ 12</u>

<u>12 aubergines</u> ne seront pas utilisées. *(il y aura 3 aubergines dans chacun des 13 paniers)*

b. Combien doit-il cueillir au minimum d'aubergines supplémentaires pour pouvoir toutes les utiliser ?

Il veut faire 13 paniers et actuellement 12 aubergines ne sont pas utilisées. Il <u>suffit d'en cueillir une</u> pour atteindre un multiple de 13 pour les aubergines.

(Avec une aubergine de plus on aura 52 = 13 x 4 : chacun des 13 paniers aura 4 aubergines.)

3) José souhaite que ses **<u>13 paniers</u>** contiennent également des tomates.

Il estime qu'il en a entre 110 et 125 prêtes à être récoltées. Combien doit-il en cueillir au maximum pour éviter les pertes et pour que chaque panier ait toujours la même composition ?

On cherche <u>un multiple de 13</u> entre 110 et 125. On a :

13 x 8 =104

13 x 9 = 117

13 x 10 = 130

Le seul multiple de 13 entre 110 et 125 est <u>117</u> =13×9

Si l'on récolte <u>117 tomates</u> on pourra en mettre exactement 9 dans chacun des 13 paniers.

EXERCICE 3 : **13 points**

Sur une période donnée, on relève les prix facturés pour une nuit par les hôtels d'une grande ville.

Prix facturés pour une nuit (en euro)	60	80	85	90	110	120	350	500
Effectif	1 200	1 350	1 000	1 100	1 200	1 300	900	300

1) Déterminer l'étendue des prix facturés.

500 – 60 = 440 **L'Etendue des prix est 440 €**

2) Quelle est la moyenne des prix facturés pour une nuit ? Arrondir à l'euro près.

- $1200 \times 60 + 1350 \times 80 + 1000 \times 85 + 1100 \times 90 + 1200 \times 110 + 1300 \times 120 + 900 \times 350 + 300 \times 500$
  $= 1\,117\,000$
- $1200 + 1350 + 1000 + 1100 + 1200 + 1300 + 900 + 300 = 8350$
- $1\,117\,000 : 8350 \approx 133,77$

La moyenne des prix facturés pour une nuit est donc de 134 euros.

3) L'association des hôteliers de cette ville cherche à attirer des touristes et annonce :

« Dans les hôtels de notre ville, au moins la moitié des nuits est facturée à moins de 100 € ».

Est-ce vrai ?

1ère méthode : Il y a 8350 nuits au total. Or, 8350 : 2 = 4175.

On calcule les effectifs cumulés, jusqu'à la valeur 90 euros incluse (dernière valeur inférieure à 100) : 1200+1350+1000+1100 = 4650.

Et 4 650 > 4 175 donc **l'affirmation de l'association est vraie.**

2ème méthode : On cherche la médiane de la série. Il y a 8 350 nuits au total.

Or, 8 350 : 2 = 4 175.

La médiane de la série est donc entre la 4 175ème et la 4 176ème valeur.

1200 + 1350 = 2550

2550 + 1000 = 3550

3550 + 1100 = 4650 3550 < 4175 < 4650

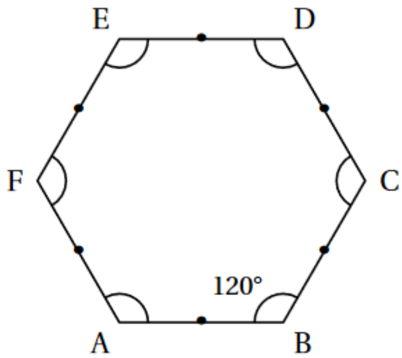
Par lecture dans le tableau, on trouve que la médiane vaut 90 euros.

Donc au moins la moitié des valeurs de la série sont inférieures ou égales à 90,

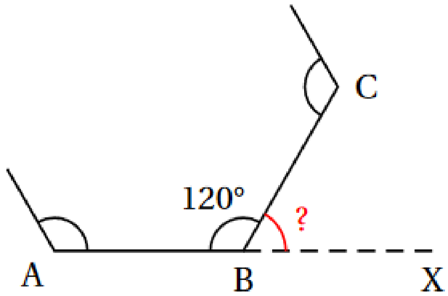
donc **l'affirmation de l'association est vraie.**

EXERCICE 4 : **11 points (Nouvelle-Calédonie – déc 2023)**

Un hexagone régulier est un polygone à 6 côtés de même longueur et dont tous les angles mesurent 120°.
Les hexagones réguliers se retrouvent fréquemment dans la nature, notamment dans les ruches d'abeilles.



1) a. Calculer la mesure de l'angle $\widehat{XBC}$ dans la figure ci-dessous :



Les points A, B et X sont alignés

On a XBC = 180°-120° = 60°

b. Sur l'annexe, sans justifier, compléter les deux informations manquantes du bloc Hexagone pour qu'il trace un hexagone régulier.

Bloc Hexagone

2) On considère le script ci-contre qui utilise le bloc Hexagone de l'annexe :

a. Combien d'hexagones réguliers ce script trace-t-il ?

Le script trace 5 hexagones.

b. Quelle est la longueur des côtés du 1er hexagone régulier tracé ?

Les côtés du 1er hexagone mesurent 32 unités/pixels.

c. Quelle est la longueur des côtés du 2ème hexagone régulier tracé ?

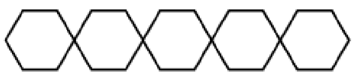
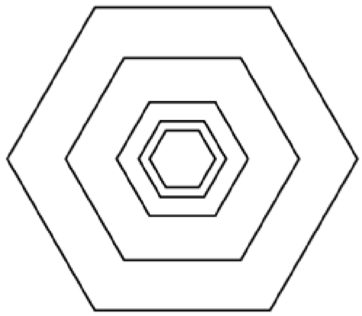
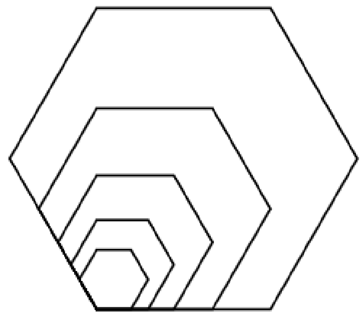
Les côtés du 2ème hexagone mesurent 48 unités/pixels car 32 x 1,5 = 48.

d. Parmi les dessins ci-dessous, lequel correspond à ce script ?

Ce script correspond au dessin n°3.

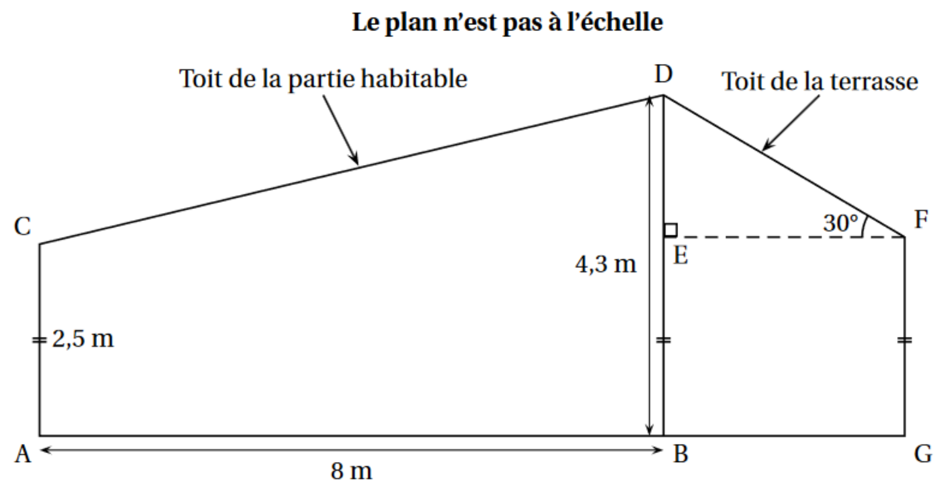
(dessin n°1 → les longueurs ne varient pas

dessin n°2 → le point de départ du tracé n'est pas modifié par un déplacement du point de départ dans le script).

Dessin 1	Dessin 2	Dessin 3
		

EXERCICE 5 : **17 points (Nouvelle-Calédonie – déc 2023)**

Mathilde souhaite isoler la toiture de sa maison. Pour savoir quelles quantités de matériaux acheter, elle doit effectuer des calculs. Elle a noté sur un plan de sa maison ci-dessous (vue de profil), toutes les mesures qu'elle connaît :



On donne :

- AC = 2,5 m ; AB = 8 m ; BD = 4,3 m et = 30°
- Les points D, E, B ainsi que les points A, B, G sont alignés.

1) Justifier que DE = 1, 8 m.

On a DE = BD − BE = BD − AC = 4,3 − 2,5 = 1,8 m.

Montrer que la longueur DF du toit de la terrasse est égale à 3,6 m.

Dans le triangle DEF rectangle en E, on peut utiliser la trigonométrie.

On connaît l'angle $\widehat{DFE}$ = 30° et la longueur de son côté opposé, DE = 1,8 m.

On cherche à calculer DF, la longueur de l'hypoténuse.

On utilise la formule du sinus, soit : $\sin(30°) = \frac{DE}{DF} = \frac{1,8}{DF}$

Par égalité des produits en croix, on obtient : $DF = \frac{1,8}{\sin(30)} = 3,6$ m.

2) Mathilde compte utiliser de la laine de roche pour isoler le toit de sa terrasse. On considère que :

- le toit de la terrasse est un rectangle de longueur 12 m et de largeur 3,6 m ;
- un rouleau de laine de roche couvre 6 m².

Déterminer le nombre de rouleaux de laine de roche qu'elle doit acheter pour le toit de sa terrasse.

L'aire du toit de la terrasse est : A(rectangle) = L x l = 12 × 3,6 = 43,2 m²

Comme 43,2 ÷ 6 = 7,2 ≈ 8 rouleaux. Il faudra acheter 8 rouleaux pour isoler le toit de sa terrasse.

4) Pour l'isolation du toit de la partie habitable, elle a besoin de connaître ses dimensions.

Montrer que la longueur CD du toit de la partie habitable est égale à 8,2 m.

Le triangle CDE est rectangle en E, avec CE = AB = 8 m et DE = 1,8 m.

D'après le théorème de Pythagore : $CD^2 = DE^2 + EC^2$

$CD^2 = 1{,}8^2 + 8^2$

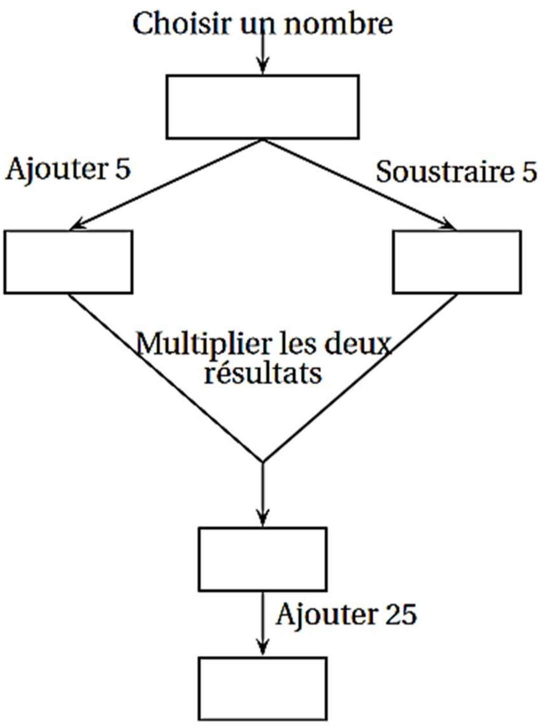
$CD^2 = 3{,}24 + 64$

$CD^2 = 67{,}24$

$CD = \sqrt{67{,}24} = 8{,}2$ mètres

EXERCICE 6 : 14 points

On considère le programme de calcul suivant :



1) a. Si on choisit le nombre 7, vérifier qu'on obtient 49 à la fin du programme

(7 + 5) × (7 – 5) + 25 = 12 × 2 + 25 = 24 + 25 = 49

Avec 7 comme nombre de départ, on retrouve bien 49

b. Si on choisit le nombre -4, quel résultat obtient-on à la fin du programme ?

(-4 + 5) × (-4 – 5) + 25 = 1 × (- 9) + 25 = - 9 + 25 = 16

Avec - 4 comme nombre de départ, on obtient 16

2) On note x le nombre choisi au départ

a. Exprimer en fonction de x le résultat obtenu.

$(x + 5)(x - 5) + 25$

b. Développer et réduire $(x + 5)(x - 5)$.

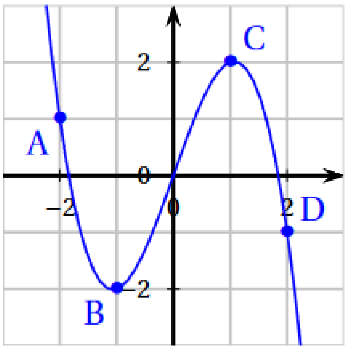
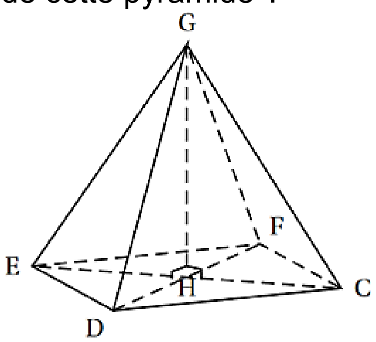
$(x + 5)(x - 5) = x^2 - 5x + 5x - 25 = \mathbf{x^2 - 25}$

c. Sarah dit : « Avec ce programme de calcul, quel que soit le nombre choisi au départ, le résultat obtenu est toujours le carré du nombre de départ ». Qu'en pensez-vous ?

$(x + 5)(x - 5) + 25 = x^2 - 25 + 25 = \mathbf{x^2}$ **donc Sarah a raison.**

EXERCICE 7 : **1 A - 2 C - 3 D - 4 A** **12 points**

Cet exercice est un questionnaire à choix multiples (QCM). **Aucune justification** n'est demandée. Pour chaque question, une seule des 4 réponses proposées est exacte. Une mauvaise réponse ou l'absence de réponse n'enlève aucun point. **Recopier sur votre copie le numéro de la question et la lettre correspondant à la réponse exacte.**

	A	B	C	D
1) On considère la fonction f dont la représentation graphique est donnée ci-contre. Quelle affirmation est vraie ? 	1 est un antécédent de 2	L'image de 0 est 2	-2 est un antécédent de 2	-2 a pour image -1
2) On considère la fonction g définie par g(x) = 5x + 3 L'image de -5 est …	3	-7	-22	-13
3) L'écriture scientifique de $302{,}4 \times 10^{18}$ est :	$3{,}024 \times 10^{16}$	3024×10^{16}	$0{,}3024 \times 10^{21}$	$3{,}024 \times 10^{20}$
4) Voici une pyramide à base rectangulaire. On sait que : ED = 30 cm, DC = 40 cm et GH = 55 cm. Quel est le volume de cette pyramide ? 	22 L	66 L	2 200 L	6 600 L